



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘIETAPA NAȚIONALĂ
12 mai 2018FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Real - Științe ale Naturii

Clasa a XI -a

Problema 1.

Notăm cu \mathcal{M} mulțimea matricelor pătrate de ordin 3 care au ca elemente numere reale strict pozitive.

- Arătați că mulțimea \mathcal{M} conține atât matrice inversabile, cât și matrice neinvertabile.
- Demonstrați că nu există nicio matrice inversabilă în \mathcal{M} care să aibă ca inversă tot o matrice din \mathcal{M} .

Problema 2.

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} x-1 & -3 \\ 1 & x+3 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$. Pentru un număr natural dat n , determinați valoarea minimă a numărului $\det(A^n)$, atunci când x parcurge mulțimea numerelor reale.

Problema 3.

Spunem că funcția $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ este *bună* dacă are proprietățile (i), (ii) și (iii):

- f este derivabilă;
 - $f(-2) \cdot f(2) > 0$;
 - mulțimea $A = \{x \in (-2, 2) \mid f(x) = 0\}$ are cardinalul egal cu 3.
- Dați un exemplu de funcție bună, scriind legea sa de corespondență.
 - Demonstrați că orice funcție bună f are un punct de extrem local care aparține mulțimii A .

Problema 4.

Laturile OA și OB ale unghiului drept $\sphericalangle AOB$ reprezintă două șosele în deșert. În punctul P , interior unghiului $\sphericalangle AOB$, există o oază; distanța de la P la dreapta OA este de 1 km, iar distanța de la P la dreapta OB este de 8 km. Dorim să construim o șosea rectilinie, care să treacă prin P , unind punctele M de pe semidreapta OA și N de pe semidreapta OB . Determinați distanțele OM și ON , astfel încât șoseaua (segmentul) MN să aibă lungime minimă.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.