

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016



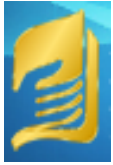
FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA A X-A

- Dacă $a = \log_{30} 3$ și $b = \log_{30} 5$, calculați $\log_{30} 8$ în funcție de a și b .
 - Rezolvați, în necunoscuta $x \in \mathbb{R}$, ecuația $\log_2 a^{x-2} = \log_4 a^{x+2}$, unde $a \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$.
- Două programe de calculator, A și B , utilizează cifrele 1, 2, 3, 4, 5 pentru a genera în mod aleator numere de 6 cifre de un tip prestabilit. Astfel, programul A generează aleator numere în care cifra 2 apare exact de două ori, prima dată pe poziția cifrei sutelor de mii și a doua oară pe poziția cifrei unităților (spre exemplu, 213432) iar programul B generează aleator numere în care cifra 2 apare de cel puțin 4 ori (spre exemplu, 252222). Se cere:
 - Să se determine probabilitatea ca primul număr generat de programul A să fie 234432.
 - Să se determine probabilitatea ca primul număr generat de programul A să fie de forma $\overline{2abba2}$, cu $a \neq b$.
 - Să se determine probabilitatea ca primul număr generat de programul B să conțină exact 4 de 2.
 - Să se determine care din cele două programe poate genera mai multe numere.
- O persoană a plasat într-o bancă un capital inițial de 1500 lei, cu o dobândă simplă de 5%, adică, la împlinirea fiecărui an de la depunere, noul capital crește de fiecare dată cu 5% față de capitalul introdus la început. Notăm cu C_n capitalul persoanei, exprimat în lei, după împlinirea a exact n ani de la depunere.
 - Arătați că șirul $(C_n)_{n \geq 0}$ este progresie aritmetică, și determinați expresia termenului general al șirului $(C_n)_{n \geq 0}$.
 - Determinați ce capital va avea persoana după 8 ani și după câți ani capitalul persoanei se va dubla.
 - Arătați că, indiferent de capitalul depus inițial, la o depunere cu dobândă simplă capitalul persoanei devine cel puțin dublu după același număr de ani.
- O parte din acoperișul unui viitor hotel dintr-o stațiune montană a fost proiectată în formă de brad și alcătuită din mai multe elemente de formă triunghiulară, suprapuse ca în figura alăturată. Acestea au la bază triunghiul OA_1B_1 cu $OA_1 = \sqrt{3}$, $OB_1 = 1$, iar la vârf triunghiul $B_{n-1}A_nB_n$. Triunghiurile $B_{k-1}A_kB_k$, $k \in \overline{2; n}$, sunt toate dreptunghice în B_{k-1} și au vârfurile $A_k(x_k; y_k)$,

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016

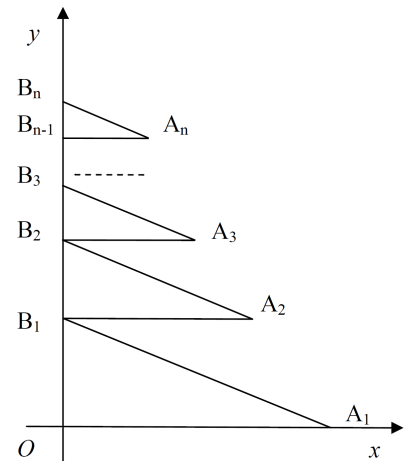


FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

unde abscisa x_k , $k \geq 2$, este termen de progresie geometrică, cu $x_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ și rația $q = \frac{3}{4}$, iar ordonata y_k , $k \geq 2$, este sumă de progresie geometrică, $y_k = a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1}$, cu $a_1 = 1$ și rația $q = \frac{3}{4}$. Se cere:

- Determinați coordonatele punctelor A_2 și A_3 .
- Arătați că A_1 , A_2 și A_3 sunt coliniare.
- Arătați că toate punctele A_1, A_2, \dots, A_n sunt coliniare.
- Știind că unitatea de pe axele sistemului de coordonate reprezintă $1 m$, arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, înălțimea $[OB_n]$ a acoperișului nu poate depăși $4 m$.



Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.