

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
13 aprilie 2014



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil real, specializarea științele naturii

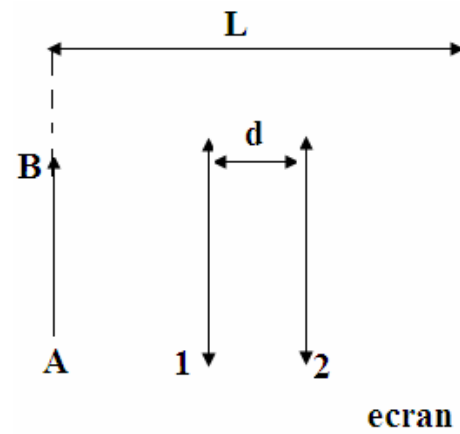
CLASA A X-A

1. Se consideră numărul real $x = \sqrt[5]{100}$.
 - a) Determinați partea întreagă a numărului x .
 - b) Stabiliți care este numărul întreg cel mai apropiat de x .
 - c) Demonstrați că există o infinitate de numere reale pozitive $a, a \neq 1$ pentru care $\log_a x$ este număr rațional.
2. Spunem că un număr complex z este de tip I dacă $|z^2 + 1| \leq 1$ și este de tip II dacă $|z + 1| \leq 1$.
 - a) Dați un exemplu de număr complex de tip I care are modulul mai mare decât 1.
 - b) Demonstrați că o infinitate de numere complexe de tip II au modulul mai mare decât 1.
 - c) Demonstrați că, dacă un număr complex este atât de tip I cât și de tip II, atunci modulul său este cel mult egal cu 1.

3. Măsurarea distanței focale a unei lentile convergente se poate face prin metoda Bessel, care presupune așezarea lentilei între un obiect luminos AB și un ecran, considerate fixe, aflate la distanța L unul față de celălalt. Se constată că există două poziții ale lentilei (1 și 2) pentru care se obțin imagini clare ale obiectului luminos pe ecran, iar cele două poziții sunt situate la distanța d una față de cealaltă.

Aflați distanța focală f a lentilei, funcție de L și d . Se consideră cunoscută formula lentilelor $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$,

unde p este distanța de la obiect la lentilă, iar p' este distanța de la lentilă la imaginea obiectului (pe ecran).



4. Comisia centrală a concursului național de matematică "Adolf Haimovici" este formată din cinci membri. Documentele la care lucrează comisia sunt păstrate într-un seif metalic, încuiat cu lacăte diferite. Fiecare dintre membrii comisiei are cheile unor dintre lacăte, astfel încât seiful să poată fi deschis atunci când se întâlnesc cel puțin trei membri ai comisiei și să nu poată fi deschis de doi sau mai puțini membri.
 - a) Care este numărul minim de lacăte ale seifului ?
 - b) Câte chei trebuie să aibă fiecare membru al comisiei ?
 - c) Care este modul de împărțire a cheilor către membrii comisiei ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.