



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
13 aprilie 2014



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil real, specializarea științele naturii

CLASA A IX-A

- a) Demonstrați că: $[x] + \left[x + \frac{1}{2} \right] = [2x]$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

b) Rezolvați ecuația: $\left[\frac{2x-1}{3} \right] + \left[\frac{4x+1}{6} \right] = 5x - 4$.

c) Dacă n și k sunt numere naturale astfel încât $2^k \leq n < 2^{k+1}$ demonstrați că:
$$\left[\frac{n+1}{2} \right] + \left[\frac{n+2}{2^2} \right] + \left[\frac{n+2^2}{2^3} \right] + \dots + \left[\frac{n+2^k}{2^{k+1}} \right] = n$$
.
- Fie ΔABC și $A' \in (BC)$. Dreapta AA' intersectează a doua oară cercul circumscris ΔABC în D .

a) Demonstrați că $AA' \cdot A'D = A'B \cdot A'C$;

b) Dacă centrul de greutate $G \in AA'$ demonstrați că: $9AG \cdot GD = AB^2 + BC^2 + CA^2$;
- La finala concursului de matematică aplicată "Adolf Haimovici", profilul științe s-au calificat 50 elevi din clasa ^a IX ^a. După corectarea lucrărilor, 19 dintre ei au obținut punctajul maxim. S-au procedat, obișnuit la o probă de baraj pentru a desemna câștigătorul. Dar, și la această probă toți cei 19 elevi au obținut punctajul maxim. Împreună cu ei am convenit următoarea regulă pentru desemnarea câștigătorului:
Elevii se așează în cerc și sunt numerotați cu 1, 2, 3, ..., 19.
Apoi, începând cu cel de pe poziția 2, fiecare al doilea concurent este eliminat, până când rămâne câștigătorul.

a) Pe ce poziție se află câștigătorul ?

b) Dar dacă ar fi rămas doar 16 elevi care ar fi participat la desemnarea câștigătorului, care ar fi fost poziția acestuia ?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ astfel încât

$$f(n+1) = f(n) + \frac{1}{n^2 + 3n + 2}, (\forall) n \in \mathbb{N} \text{ și } f(2014) = \frac{2014}{2015}.$$

a) Să se demonstreze că $f(n+1) = f(n) + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$.

b) Determinați funcția f .

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.