



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil real, specializarea științele naturii

CLASA A XI-A

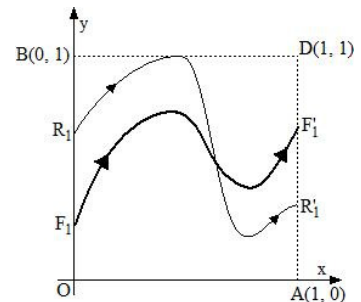
1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \text{ sunt numere naturale, prime și distincte} \right\}$.

a) Demonstrați că orice matrice A din G are determinant nenul.

b) Dacă $B \in G$, arătați că $\det B$ este număr impar dacă și numai dacă suma elementelor matricei B este număr impar.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{|x^2 - x|}$. Determinați punctele de intersecție dintre graficul funcției f și asimptota către $-\infty$ la graficul lui f .

3. În desenul alăturat sunt evidențiate două trasee continue: unul parcurs de o furnică $F_1 \rightarrow F_1'$ și altul parcurs de o râmă $R_1 \rightarrow R_1'$. Arătați că există două puncte, $F(x_F, y_F)$ pe traseul furnicii și $R(x_R, y_R)$ pe traseul râmei, cu proprietatea $x_R + y_R + y_R = 1 + x_F$.



4. Fie mulțimea $U = \{X \in M_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = X\}$ și matricea $K = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ 2 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$.

Demonstrați că matricea K nu se poate scrie ca o sumă finită de matrice din mulțimea U .

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.