

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011**  
**Profil real, specializarea științele naturii**

**Clasa a IX-a**

1. În triunghiul  $ABC$ , mediana  $AD$  și bisectoarea  $[CE$  se intersectează în  $P$ .  
Notăm  $\{F\} = BP \cap AC$ .
  - a) Folosind relația dată de Teorema lui Ceva, demonstrați că  $EF \parallel BC$ .
  - b) Demonstrați că triunghiul  $CEF$  este isoscel.
  
2. Se consideră triunghiul echilateral  $ABC$ , având latura de lungime 2 cm. Pe laturile acestuia se iau punctele  $M \in BC, N \in AC, P \in AB$  astfel încât  $BM = x, CN = y$  și  $AP = z$ , unde  $x, y, z \in (0, 2)$ .
  - a) Calculați aria triunghiului  $ABC$ ;
  - b) Calculați ariile triunghiurilor  $PBM, MCN$  și  $PAN$ , în funcție de  $x, y, z$ .
  - c) Deduceți că:  $x(2-z) + y(2-x) + z(2-y) < 4$ .
  
3. a) Demonstrați că  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{4}{a+b}, (\forall) a, b \in \mathbb{R}_+, a \neq b$ .  
b) Demonstrați că  $\frac{1}{501} + \frac{1}{502} + \dots + \frac{1}{1000} > \frac{13}{20}$ .
  
4. Doi melci  $M_1$  și  $M_2$  au plecat la ora 7 dimineața din punctul A spre punctul B, mergând în linie dreaptă. Viteza lui  $M_1$  este de 12 m / oră. La început  $M_2$  a avut o viteză de 8 m / oră dar, la 2 ore de la plecare s-a suit pe spatele unei broaște țestoase T care plecase tot din A spre B cu viteza de 20 m / oră. Melcul  $M_2$  și broasca T l-au ajuns pe  $M_1$  și după încă 4 ore au ajuns în B. Melcul  $M_2$  a coborât imediat de pe spatele lui T și a plecat din B spre A cu o viteză mai mică de 4 m / oră.
  - a) La ce oră  $M_2$  îl ajunge pe  $M_1$  ?
  - b) Care este distanța dintre A și B ?
  - c) Între ce ore (numere întregi)  $M_1$  l-a întâlnit pe  $M_2$ , care se întorcea din B spre A ?

**Notă:** Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.