

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010

Profil real, specializarea științele naturii

CLASA A IX A

1. Într-un zid având forma unui dreptunghi ABCD cu lungimea $AB = 5\text{m}$ și înălțimea $AD = 6\text{m}$ se sparge o fereastră dreptunghiulară MNPQ, cu $MN \parallel AB, MQ \parallel AD$, astfel încât $d(MN, AB) = 2 \cdot d(NP, BC) = 2 \cdot d(PQ, CD) = 2 \cdot d(MQ, AD)$ (prin $d(XY, UV)$ am notat distanța dintre dreptele XY și UV). Știind că suprafața ferestrei este de 3m^2 , determinați dimensiunile acesteia.

2. Solubilitatea în apă a unei substanțe în raport cu temperatura este dată de legea $S(t) = at^2 + bt + c$, unde $a, b, c \in (0, \infty)$, S este cantitatea (în grame) de substanță care se poate dizolva în 1000g de apă, iar $t \in [10, 60]$ este temperatura (în grade Celsius) la care se produce dizolvarea.

Experimental, s-au determinat valorile solubilității la câteva temperaturi, anume $S_1 = 10, S_2 = 15, S_3 = 25$, pentru temperaturile $t_1 = 20, t_2 = 25$, respectiv $t_3 = 30$.

- a) Determinați cantitatea de substanță care se poate dizolva în 1000g de apă la temperatura de 50° .
- b) Arătați că există două temperaturi diferite la care solubilitatea substanței este aceeași.

3. Un elev scrie pe tablă 10 numere naturale consecutive, iar un coleg șterge unul dintre ele. Care sunt numerele scrie de elev, dacă suma numerelor rămase este 2010 ? Ce număr a șters colegul ?

4. Se consideră în plan patrulaterul ABCD.

- a) Determinați punctul M din plan pentru care suma $MA + MB + MC + MD$ este minimă.
- b) Determinați punctul N din plan pentru care suma $NA^2 + NB^2 + NC^2 + ND^2$ este minimă.
- c) Determinați punctul P din plan pentru care modulul vectorului $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$ este minim.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7