

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
"ADOLF HAIMOVICI"  
ETAPA NAȚIONALĂ 22 – 24 mai 2009**

**Profil real, specializarea științele naturii**

**CLASA A X A**

1. Se consideră funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ ,  $g(x) = bx + a$ . Pentru ce valori ale numerelor  $a$  și  $b$ , graficele funcțiilor  $f \circ g$  și  $g \circ f$  sunt două drepte paralele distincte?

2. Rezolvați în numere reale sistemul

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x+z} = 6 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 100 \\ 2^{\lg|y| - \lg z} = 1 \end{cases} .$$

3. Ecuțiile  $(E_1)$ ,  $(E_2)$ ,  $(E_3)$  au mulțimile de soluții  $(S_1)$ ,  $(S_2)$ , respectiv  $(S_3)$ , unde

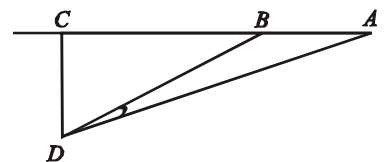
$$S_1 = \left\{ (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$S_2 = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{11\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$S_3 = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

- a) Determinați acele soluții ale ecuației  $(E_1)$  care se află în intervalul  $[0; 2\pi]$ .
- b) Stabiliți dacă printre cele trei ecuații există perechi de ecuații echivalente (care au aceleași soluții).
- c) Dați exemplul de o ecuație care să aibă mulțimea soluțiilor  $(S_1)$ .

4. O transformare în jocul de rugby înseamnă trimiterea balonului oval printre două bare verticale, numite buturile A și B. Locul în care se așază balonul în vederea transformării poate fi ales oriunde pe perpendiculara în C pe linia buturilor AB. Pentru a-și mări șansele de reușită, executantul transformării va alege un punct D pe această perpendiculară astfel încât unghiul  $\sphericalangle ADB$  să fie maxim. Știind că  $AB = 5,6\text{m}$ ,  $BC = 16,9\text{m}$ , iar  $B \in (AC)$ , determinați lungimea CD.



**Nota:** Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.