

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009**

**Profil real, specializarea științele naturii**

**CLASA A IX A**

1. Se consideră șirurile  $(a_n)_{n \geq 0}$  și  $(b_n)_{n \geq 0}$  astfel încât  $a_0 = 1, a_{n+1} = \frac{5a_n + 3}{a_n + 3}, \forall n \in \mathbb{N}$  și  $b_n = \frac{a_n - 3}{a_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}$ .
- Demonstrați că  $(b_n)_{n \geq 0}$  este progresie geometrică.
  - Aflați termenul general al fiecărui șir.
2. Dintr-o foaie de tablă având forma unui pătrat ABCD se decupează un capac având forma unui triunghi echilateral AMN, cu  $M \in [BC]$  și  $N \in [CD]$ . Știind că latura triunghiului este de 20 cm, determinați latura pătratului.
3. Pentru a determina valoarea exactă a lungimii  $x$  a diagonalei unei table dreptunghiulare, se efectuează  $n$  măsurători ( $n \geq 2$ ), obținându-se valorile  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Acestea reprezintă aproximații ale lui  $x$  cu erorile  $e_1 = x_1 - x, e_2 = x_2 - x, \dots, e_n = x_n - x$ . Aflați valoarea care trebuie aleasă pentru  $x$  astfel încât suma pătratelor erorilor să fie minimă.
4. O tablă de șah  $5 \times 5$ , cu pătrățelele colorate alternativ în alb și negru, are colțurile negre. Pentru fiecare pereche de pătrățele colorate diferit, se desenează câte un vector cu originea în centrul pătrățelului negru și vârful în centrul pătrățelului alb.
- Câți vectori au fost desenați?
  - Calculați suma tuturor vectorilor desenați.

**Nota:** Timp de lucru 3 ore.  
Toate subiectele sunt obligatorii.  
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.