CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAŞI
Profil real, specializarea ştiințele naturii

BAREM DE CORECTARE - CLASA a IX-a

Subiectul 1.

Se impun condițiile $\Delta \geq 0, (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0, (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0$, care revin la

$-3m^2 + 6m + 1 \geq 0, 3 > 0$, respectiv $\frac{-3m-1}{m} > 0$ 4p

Obținem $m \in \left[1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right], m \in \mathbb{R}$, respectiv $m \in \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$, prin urmare

$m \in \left[1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right)$ 3p

Subiectul 2.

Se observă că $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 6$ şi intuim că $x_n = n!$ 3p

Se demonstrează prin inducție că $x_n = n!$ 4p

Subiectul 3.

a) Dacă S este aria triunghiului, atunci $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq 2S = bc \sin A \leq 1 \cdot 1 \cdot \sin A$, prin urmare

$\sin A \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2p

b) Din $\sin A \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ deducem că $A \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$ şi analog obținem că $B, C \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$.

Atunci $A + B + C \geq \pi$ şi cum se atinge egalitatea, deducem că $A = B = C = \frac{\pi}{3}$ 2p

c) Triunghiul isoscel cu un unghi de 150^0 şi laturile congruente egale cu

$\sqrt{\sqrt{3}} \left(= \sqrt[4]{3}\right)$ are toate laturile supraunitare, iar aria sa este $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .... 3 p

Subiectul 4.

a) Se obțin două arce de parabolă.. 2p

b) Dacă f(t) este funcția cerută, atunci

$$f(t) = |y_1 - y_2| = \left|\frac{3}{2}t^2 - 5t\right| = \begin{cases} -\frac{3}{2}t^2 + 5t, t \in \left[0, \frac{10}{3}\right] \\ \frac{3}{2}t^2 - 5t, t \in \left(\frac{10}{3}, \infty\right) \end{cases}$$ 2p

Graficul este reuniunea unui segment de parabolă de vârf $V\left(\frac{5}{3}, \frac{25}{6}\right)$ şi care

intersectează Ot în $O(0,0)$ şi $M\left(\frac{10}{3}, 0\right)$, cu un arc de parabolă ce pleacă din M 1p

c) Pentru $a \in \left(0, \frac{25}{6}\right)$, dreapta y = a intersectează graficul lui f în trei puncte distincte .. 2p