

Varianta 95

III.

13.a) $S = 100a + 10b + c + 100b + 10c + a + 100c + 10a + b =$
 $= 111(a + b + c) = 37 \cdot 3(a + b + c)$, deci este multiplu de 37.

b) $S = 111(a + b + c) = \text{minim}$ dacă $a + b + c = \text{minim}$ cu a, b, c cifre nenule $\Rightarrow a = b = c = 1$. $S_{\min} = 333$.

14. a) $f(\sqrt{2} - 1) = -3(\sqrt{2} - 1) + 2 = -3\sqrt{2} + 5$ și $f(\sqrt{2}) = -3\sqrt{2} + 2$. Avem $f(\sqrt{2} - 1) > f(\sqrt{2})$.

b) $f(0) = 2 \Rightarrow A(0; 2)$ și $f(1) = -1 \Rightarrow B(1; -1)$. Reprezentarea grafică este dreapta AB .

c) $f\left(\frac{a+3}{2}\right) = -3 \cdot \frac{a+3}{2} + 2$. Deci $2a + 1 = -3 \cdot \frac{a+3}{2} + 2 \Rightarrow 4a + 2 = -3a - 9 + 4 \Rightarrow 7a = -7 \Rightarrow a = -1$

15. b) $V = \frac{A_{bază} \cdot h}{3} \Rightarrow 144\sqrt{3} = \frac{36 \cdot 2 \cdot h}{3} \Rightarrow h = \frac{144\sqrt{3}}{12 \cdot 2} = 6\sqrt{3}$ cm. $AC = AB\sqrt{2} = 12$ cm (diagonală de pătrat),

$AO = \frac{AC}{2} = 6$ cm. În triunghiul dreptunghic VOA cu $m(\hat{O}) = 90^\circ$ avem:

$VA^2 = VO^2 + AO^2 = (6\sqrt{3})^2 + 6^2 \Rightarrow VA = 12$ cm. Deci $VA = CV = AC = 12$ cm $\Rightarrow \Delta VAC = \text{echilateral}$.

c) $A_{lat} = \frac{4 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{14}}{2} = 72\sqrt{7}$ cm².

d) Fie $EF \perp VO$, $F \in VO$. Deoarece $AO \perp VO \Rightarrow EF \parallel AO$; $AE = 2 \cdot VE \Rightarrow \frac{VE}{VA} = \frac{1}{3}$.

Cum $AO \perp BD$; $AO \perp VO \Rightarrow AO \perp (VBD)$. Deci $EF \perp (VBD) \Rightarrow d(E, (VBD)) = EF$.

$\Delta VEF \sim \Delta VAO \Rightarrow \frac{VE}{VA} = \frac{EF}{AO} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{EF}{6} \Rightarrow EF = 2$ cm.