

Varianta 86

III.

13. a) Se notează cu x suma inițială și avem: $x - (\frac{2}{3}x + 15) = y$; $y - \frac{40}{100}y = 27$. $y = 45$ lei și $x = 180$ lei.

b) A doua zi a cheltuit $45 - 27 = 18$ lei.

14. a) $E(\sqrt{3}) = \frac{(\sqrt{3})^3 + 2(\sqrt{3})^2 - 3\sqrt{3} - 6}{(\sqrt{3})^2 - 4} = 0$

b) $E(x) = \frac{x^2(x+2) - 3(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$

c) $E(a) = \frac{a^2 - 3}{a - 2} \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow (a - 2) \mid (a^2 - 3) \Rightarrow (a - 2) \mid (a^2 - 4 + 1)$ dar $(a - 2) \mid (a^2 - 4) \Rightarrow (a - 2) \mid 1$
 $\Rightarrow (a - 2) \in \{-1; 1\} \Rightarrow a \in \{1; 3\}$.

15. b) Notăm $AC' \cap A'C = \{P\}$ și MM' apotema trunchiului, $P \in MM'$. În triunghiul APC dreptunghic în P :

$PM = \frac{1}{2} AC = 12$ cm. Analog, $PM' = \frac{1}{2} \cdot A'C' = 6$ cm. Deci $MM' = 18$ cm.

c) $OO' = 2\sqrt{78}$ cm. Volumul = $504\sqrt{26}$ cm³.

d) Deoarece $AC \perp MB$
 $AC \perp MM'$
 $MM', MB \subset (BMB')$ } $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} AC \perp (BMB') \\ AC \subset (B'AC) \end{array} \right\} \Rightarrow (B'AC) \perp (BMB')$.

Cum $(B'AC) \cap (BMB') = B'M$, construim $BR \perp B'M \Rightarrow d(B, (B'AC)) = BR = \frac{12\sqrt{91}}{7}$ cm.