

Varianta 64

III.

13. a) $P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

b) Dacă 14 bile nu sunt negre, înseamnă că restul sunt negre, adică $20 - 14 = 6$ (bile negre)
 Dacă 15 bile nu sunt galbene, înseamnă ca restul sunt galbene, adică $20 - 15 = 5$ (bile galbene).
 Numărul bilelor roșii se obține din : $20 - (5 + 6 + 2) = 7$ (bile roșii).

14. a) $S = \{ 3; -2 \}$.

b) $E(x) = \frac{3(x^2 - 6x + 9)}{x(x+1)(x+2)(x-3)} = \frac{3(x-3)^2}{x(x+1)(x+2)(x-3)}$.

Produsul $x(x+1)(x+2)$ este divizibil cu 3 (trei numere naturale consecutive, unul este multiplu de 3).

c) Numitorul este divizibil cu 2 (produs de două numere naturale consecutive).

Fracția se simplifică prin 2 pentru orice n număr natural impar diferit de 3.

15. b) În triunghiul MDB , DA este mediatoarea segmentului MB , deci și bisectoarea unghiului MDB .

Unghiul ADB are măsura egală cu 45° . Măsura unghiului $MDB = 90^\circ$.

$DD' \perp (ABC)$, $MD \subset (ABC) \Rightarrow DD' \perp MD$ și $MD \perp DB \Rightarrow MD \perp (D'DB)$.

c) $d(M, D'B) = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ cm.

d) Fie $O'D \cap BD' = \{G\}$. $DG = \frac{2}{3}O'D$ și $BG = \frac{2}{3}BD'$. Prin reciproca teoremei lui Pitagora se demonstrează că $BG \perp GD \Rightarrow D'B \perp DO'$.