

Varianta 49

III.

13. a) A este o sumă de 2008 numere naturale impare $\Rightarrow A$ par.

$$b) A = (3^0 + 3^2) + (3^1 + 3^3) + \dots + (3^{2005} + 3^{2007}) = 10(1 + 3^1 + \dots + 3^{2005}), \text{ deci } A:10.$$

$$14. a) E(x) = \frac{5x+10+2x-4-6}{x^2-4} : \frac{2x^2}{x^2-4} = \frac{7}{2x}.$$

$$b) x = \frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow E(x) = 7.$$

$$c) \frac{7}{2a} = \frac{1}{2}a + 3 \Leftrightarrow a^2 + 6a - 7 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ sau } a = -7.$$

15. b) Înălțimea trunchiului de piramidă se calculează din trapezul dreptunghic $OMM'O'$: $OO' = 3\sqrt{5}$ cm, unde M este mijlocul laturii BC și M' este mijlocul laturii $B'C'$.

$$c) \square VOM \sim \square VO'M' \Rightarrow VO = 4\sqrt{5} \text{ cm. } V = \frac{256 \cdot 4\sqrt{5}}{3} = \frac{1024\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3.$$

d) Este vorba de unghiul a două fețe laterale opuse ale trunchiului. Unghiul căutat este unghiul NVM unde N este mijlocul lui AD ; O este mijlocul lui NM . Fie P piciorul înălțimii din N pe VM .

$$\sin(\square NVM) = \frac{NP}{VN} = \frac{16\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{1}{12} = \frac{4\sqrt{5}}{9}.$$