

Varianta 23

III.

13. a) Notăm numărul mai mic cu x și numărul mai mare cu $x + 120$. Avem $6 \mid x \Rightarrow \frac{x}{3} \in \mathbf{N}$, respectiv

$$10 \mid (x+120) \Rightarrow \frac{x+120}{5} \in \mathbf{N}. \quad \frac{x+120}{5} - 20 = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 30. \text{ Deci, numărul mai mare este } 150$$

b) Numărul mai mic reprezintă 20% din numărul mai mare.

14. a)
$$\frac{2(x+3)}{(x+1)(x+3)} = \frac{2}{x+1}.$$

b) $\frac{2}{a+1} \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow (a+1) \mid 2 \Rightarrow (a+1) \in \{-2; -1; 1; 2\} \Rightarrow a \in \{-3; -2; 0; 1\}$ dar din condițiile inițiale $a \in \mathbf{Z} \setminus \{-3; -1\}$, deci $a \in \{-2; 0; 1\}$.

c)
$$\left(\frac{4}{x-1} + \frac{13-5x}{1-x^2} - \frac{2x+6}{x^2+4x+3} \right) : \frac{1}{x+1} = \frac{4(x+1) - (13-5x) - 2(x-1)}{(x-1)(x+1)} \cdot (x+1) = \frac{7x-7}{x-1} = 7.$$

15. b) $OO' = 3\sqrt{2}$ cm, unde $\{O\} = AC \cap BD$ și $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$.

c)
$$V_{\text{trunchi}} = \frac{OO'}{3} (AB^2 + A'B'^2 + AB \cdot A'B') = 252\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

d) Unghiul format de dreptele AA' și BC' este egal cu unghiul format de dreptele OC' și BC' .

$$\sin(\sphericalangle BC'O) = \frac{BO}{BC'} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$