

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $6 - 2\sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot (2 - \sqrt{5}) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(1) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $10^{x-1} = 10^{-2x} \cdot 10^2$.
- 5p** 4. Determinați câte dintre numerele naturale de două cifre distincte, care se pot forma cu cifre din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, au ambele cifre pare.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,6)$ și $B(6,0)$. Determinați distanța dintre punctele B și M , unde punctul M este mijlocul segmentului OA .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 6$ și aria egală cu 24. Arătați că $AB = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x+1 & x+4 \\ 2x & 4x-3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $\det(B(x) - xA) = x$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $B(x) + B(x+2) = 2A \cdot A \cdot A$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX^2 - 2X - 4$, unde m este număr real.
- 5p** a) Pentru $m = 6$, arătați că $f(1) = 1$.
- 5p** b) Determinați numărul real m pentru care $(x_1x_2x_3)^2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Determinați rădăcinile polinomului f , știind că restul împărțirii lui f la polinomul $X - 2$ este egal cu 8.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3-x}{x^2} + \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x) = 0$.
- 5p** c) Arătați că $4f(x) - 1 \geq \ln 16$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_2^4 \left(f(x) - \frac{1}{\sqrt{x+3}} \right) dx = 18$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^6 (f(x) - 3x) dx = 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_{-2}^1 \frac{1}{x+3} \left(f(x) - \frac{1}{\sqrt{x+3}} \right) dx = 9(a - 2\ln 2)$.