

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 11

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(0,6+0,8):0,7-0,25\cdot 4=1,4:0,7-1=$ $=2-1=1$	3p 2p
2.	$f(2)=-1, f(4)=3$ și $f(a)=2a-5$, unde a este număr real $2a-5-(-1)=2\cdot 3\Leftrightarrow 2a-4=6$, de unde obținem $a=5$	3p 2p
3.	$x^2-7=3^2\Rightarrow x^2-16=0$ $x=-4$ sau $x=4$, care convin	3p 2p
4.	Mulțimea A are 20 de elemente, deci sunt 20 de cazuri posibile Numerele n din mulțimea A pentru care numărul $2n$ este multiplu de 10 sunt 5, 10, 15 și 20, deci sunt 4 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$	2p 2p 1p
5.	$OA=10\Rightarrow MA=5, OB=\sqrt{a^2+16}$, unde a este număr real $\sqrt{a^2+16}=5\Leftrightarrow a^2-9=0$, de unde obținem $a=-3$ sau $a=3$	3p 2p
6.	$AC=5$ $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{13}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4\cdot 3 - 3\cdot 1 =$ $=12-3=9$	3p 2p
b)	$B(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B(-1) = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B(1)\cdot B(-1) = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $A + B(1)\cdot B(-1) = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 2B(0)$	3p 2p
c)	$B(1)+B(2)+B(3)+\dots+B(9) = \begin{pmatrix} 3+5+7+\dots+19 & 1+2+3+\dots+9 \\ 9 & 2+3+4+\dots+10 \end{pmatrix} = 9\begin{pmatrix} 11 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ $9\begin{pmatrix} 11 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} = 9\begin{pmatrix} 2x+1 & x \\ 11 & x+1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x=5$	3p 2p
2.a)	$2\circ 6 = \frac{2+6}{2} - \frac{2\cdot 6}{3} =$ $=4-4=0$	3p 2p

b)	$x \circ 6 = \frac{6-3x}{2}$, pentru orice număr real x	2p
	$\frac{6-3x}{2} = 6$, de unde obținem $x = -2$	3p
c)	$m \circ (3m) = -m^2 + 2m$, pentru orice număr întreg m	2p
	$-m^2 + 2m \geq 2m - 3 \Leftrightarrow -m^2 + 3 \geq 0$ și, cum m este număr întreg, obținem $m = -1$ sau $m = 0$ sau $m = 1$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{4x^3}{2} - 6x^2 + 0 =$	3p
	$= 2x^3 - 6x^2 = 2x^2(x-3)$, $x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x^2 e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2(x-3)}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2(x-3))'}{(e^x)'}$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = 0$	2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ sau $x = 3$ și $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 3] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty, 3]$, $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [3, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[3, +\infty)$	3p
	$f(x) \geq f(3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$ și, cum $f(3) = -\frac{21}{2}$, rezultă că $f(x) \geq -\frac{21}{2}$, pentru orice număr real x	2p
2.a)	$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big _0^2 =$	3p
	$= (4+2) - (0-0) = 6$	2p
b)	$\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx = \int_0^1 \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(2x+1)'}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln(2x+1) \Big _0^1 =$	3p
	$= \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 1 = \frac{1}{2} \ln 3$	2p
c)	$\int_{-a}^a \frac{1}{x^2 + 2f(x) + 2} dx = \int_{-a}^a \frac{1}{(x+2)^2} dx = -\frac{1}{x+2} \Big _{-a}^a = \frac{2a}{4-a^2}$, pentru orice $a \in (0, 2)$	3p
	$\frac{2a}{4-a^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0$ și, cum $a \in (0, 2)$, obținem $a = 1$	2p