

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

| | | |
|----|--|----|
| 1. | $\left(10 + \frac{1}{2}\right)\left(10 - \frac{1}{2}\right) = 100 - \frac{1}{4} =$ | 3p |
| | $= \frac{400 - 1}{4} = \frac{399}{4}$ | 2p |
| 2. | $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x + 1 = 10 - x$ | 3p |
| | $3x = 9 \Rightarrow x = 3$ | 2p |
| 3. | $x^2 + 13 = 7^2 \Rightarrow x^2 - 36 = 0$ | 3p |
| | $x = -6$ sau $x = 6$, care convin | 2p |
| 4. | $p - \frac{20}{100} \cdot p = 800$, unde p este prețul tabletei înainte de ieftinire | 3p |
| | $p = 1000$ de lei | 2p |
| 5. | $AB = 6$ | 2p |
| | $AM = \frac{AB}{2} = 3$ | 3p |
| 6. | $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | 2p |
| | $2 \sin^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = 0$ | 3p |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

| | | |
|------|---|----|
| 1.a) | $A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 =$ | 3p |
| | $= -1 - 1 = -2$ | 2p |
| b) | $A(a) \cdot A(-a) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a+1 & 1 \\ 1 & -a-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-a^2 & 0 \\ 0 & 2-a^2 \end{pmatrix} =$ | 3p |
| | $= (2-a^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (2-a^2)I_2$, pentru orice număr real a | 2p |
| c) | $A(1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = -1 \neq 0$, deci există $(A(1))^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ | 3p |
| | $X = A^{-1}(1) \cdot A(2) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ | 2p |
| 2.a) | $3 * 2 = 3^2 + 3 \cdot 2 - 3 - 2 + 1 =$ | 3p |
| | $= 9 + 6 - 3 - 2 + 1 = 11$ | 2p |

| | | |
|-----------|---|------------------------|
| b) | $x * (-x) = x^2 + x \cdot (-x) - x - (-x) + 1 =$ $= x^2 - x^2 - x + x + 1 = 1$, pentru orice număr real x | 3p 2p |
| c) | $2^{2x} + 4 \cdot 2^x - 2^x - 4 + 1 = 1 \Leftrightarrow 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 4 = 0 \Leftrightarrow (2^x + 4)(2^x - 1) = 0$ $2^x = 1$, de unde obținem $x = 0$ | 3p 2p |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

| | | |
|-------------|---|------------------------|
| 1.a) | $f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2+2x+2) - (x^2+2x+3)(2x+2)}{(x^2+2x+2)^2} =$ $= \frac{(2x+2)(x^2+2x+2 - x^2 - 2x - 3)}{(x^2+2x+2)^2} = \frac{-2(x+1)}{(x^2+2x+2)^2}, x \in \mathbb{R}$ | 3p 2p |
| b) | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+2x+3}{x^2+2x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)} = 1$ Dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f | 3p 2p |
| c) | $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$; pentru $x \in (-\infty, -1]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $(-\infty, -1]$ și pentru $x \in [-1, +\infty)$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-1, +\infty)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $f(-1) = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$, f este continuă și $f(x) \neq 1$, pentru orice număr real x , deci $\text{Im } f = (1, 2]$ | 3p 2p |
| 2.a) | $\int_0^1 f(x) \sqrt{x^2+4} dx = \int_0^1 (x+2) dx =$ $= \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big _0^1 = \frac{5}{2}$ | 2p 3p |
| b) | $\int_0^1 (f^2(x) - 1) dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2+4x+4}{x^2+4} - 1 \right) dx = \int_0^1 \frac{4x}{x^2+4} dx =$ $= 2 \ln(x^2+4) \Big _0^1 = 2 \ln 5 - 2 \ln 4 = 2 \ln \frac{5}{4}$ | 2p 3p |
| c) | $F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x \frac{t}{\sqrt{t^2+4}} dt + \int_0^x \frac{2}{\sqrt{t^2+4}} dt = \left(\sqrt{t^2+4} + 2 \ln(t + \sqrt{t^2+4}) \right) \Big _0^x =$ $= \sqrt{x^2+4} + 2 \ln(x + \sqrt{x^2+4}) - 2 - 2 \ln 2, x \in \mathbb{R}$ | 3p 2p |