

Examenul de bacalaureat 2010

Proba E - c)

Proba scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

MODEL

- Se punctează oricare alte formulări/ modalități de rezolvare corectă a cerințelor.
- Nu se acordă punctaje intermediare, altele decât cele precizate explicit prin barem. Nu se acordă fracțiuni de punct.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului total acordat pentru lucrare la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ $z^6 = 2^6 \cdot \left(\cos \frac{6\pi}{6} + i \sin \frac{6\pi}{6} \right) = -2^6 \Rightarrow \operatorname{Re} z^6 = -64$	2p 3p
2.	$f(512) = \frac{1}{8}$ $(f \circ f)(512) = f\left(\frac{1}{8}\right) = 2$	2p 3p
3.	<p>Ecuția devine $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$, cu soluțiile $\sin x = -\frac{1}{2}$ și $\sin x = 1$.</p> <p>Obținem $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, sau $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.</p>	3p 2p
4.	<p>Numărul cerut este egal cu numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii M</p> <p>Acesta este $C_6^3 = 20$.</p>	3p 2p
5.	<p>Punctul $A(0, 3)$ se află pe prima dreaptă.</p> <p>Distanța este $d(A, d_2) = \frac{ 2 \cdot 0 + 4 \cdot 3 - 11 }{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{1}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$.</p>	2p 3p
6.	$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD}^2$ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1$ $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 + 2^2 = 5$	3p 1p 1p

SUBIECTUL al II - lea

(30 de puncte)

1.a)	$\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+b+c & b & c \\ a+b+c & a & b \\ a+b+c & c & a \end{vmatrix} = (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & a & b \\ 1 & c & a \end{vmatrix}$	2p
------	---	----

Barem de evaluare și de notare

Probă scrisă la **MATEMATICĂ**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

	$\begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & a & b \\ 1 & c & a \end{vmatrix} = a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc$, de unde rezultă concluzia	3p
b)	Observăm că $x=0, y=1, z=0$ verifică sistemul. Cum soluția este unică, aceasta este soluția căutată.	3p 2p
c)	$a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (c-b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = c$. Sistemul are o infinitate de soluții de forma $x = \alpha, y = \beta, z = 1 - \alpha - \beta$. Putem lua $\beta = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{1 - 4\alpha^2 - 4\alpha})$, cu $4\alpha^2 + 4\alpha - 1 \leq 0$.	2p 2p 1p
2.a)	a, b, c pot lua fiecare 4 valori Avem $4^3 = 64$ matrice.	3p 2p
b)	Luăm $A = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{2} \end{pmatrix}$ $\det(A) = \hat{2}, \det(A^2) = \hat{0}$	3p 2p
c)	$X = \begin{pmatrix} a & b \\ \hat{0} & c \end{pmatrix} \Rightarrow X^2 = \begin{pmatrix} a^2 & b(a+c) \\ \hat{0} & c^2 \end{pmatrix}$ Ecuația devine $a^2 = \hat{1}, b(a+c) = \hat{0}, c^2 = \hat{0}$. Obținem $a \in \{\hat{1}, \hat{3}\}, c \in \{\hat{0}, \hat{2}\}, b = \hat{0}$, deci există 4 soluții	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III - lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 1 \Rightarrow m = 1$ $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = 0$, deci avem asimptota oblică $y = x$.	2p 3p
b)	$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+1) - (x^2 + x + 1)}{(x+1)^2}$ $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$	3p 2p
c)	$f''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$ $f''(x) < 0, \forall x \in (-\infty, -1)$, deci f este concavă pe $(-\infty, -1)$	3p 2p
2.a)	$\int_0^\pi \sin 2x dx = \int_0^{\pi/2} \sin 2x dx - \int_{\pi/2}^\pi \sin 2x dx$ $I = \frac{-\cos 2x}{2} \Big _0^{\pi/2} + \frac{\cos 2x}{2} \Big _{\pi/2}^\pi$ $I = 2$	2p 2p 1p
b)	$I_n = \int_\pi^{2\pi} \frac{f_n(x)}{x} dx \leq \int_\pi^{2\pi} \frac{1}{x} dx$ $\int_\pi^{2\pi} \frac{1}{x} dx = \ln x \Big _\pi^{2\pi} = \ln 2$	3p 2p
c)	$I_n = \int_{n\pi}^{2n\pi} \frac{ \sin t }{t} dt$	1p

Barem de evaluare și de notare

Probă scrisă la **MATEMATICĂ**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

$I_n = \int_{n\pi}^{n\pi+\pi} \frac{ \sin t }{t} dt + \int_{n\pi+\pi}^{n\pi+2\pi} \frac{ \sin t }{t} dt + \dots + \int_{2n\pi-\pi}^{2n\pi} \frac{ \sin t }{t} dt$	2p
$I_n \geq \frac{1}{\pi(n+1)} \int_{n\pi}^{n\pi+\pi} \sin t dt + \frac{1}{\pi(n+2)} \int_{n\pi+\pi}^{n\pi+2\pi} \sin t dt + \dots + \frac{1}{2n\pi} \int_{2n\pi-\pi}^{2n\pi} \sin t dt$	1p
Din $\int_{k\pi}^{(k+1)\pi} \sin t dt = 2, \forall k \in \mathbb{Z}$ rezultă concluzia.	1p