EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Proba E c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

BAREM DE CORECTARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **30 de puncte**

1.	$\left(i\sqrt{2}-1\right)^2+2\left(i\sqrt{2}-1\right)+3=$ $=2i^2-2i\sqrt{2}+1+2i\sqrt{2}-2+3=$ $=0$	**1p** **2p** **2p**
2.	$f\left(g(x)\right)=2\left(x^2-a\right)+a=$ $=2x^2-a$ $2x^2-a>0 \Leftrightarrow a<0$	**2p** **1p** **2p**
3.	$\sqrt{(x-1)^2}=x+1$ $\lvert x-1\rvert=x+1$ $x=0$	**2p** **1p** **2p**
4.	0, 3, 6, 9, ..., 2010 sunt în progresie aritmetică cu rația 3 Numărul termenilor este 671	**2p** **3p**
5.	Mijlocul segmentului $[BC]$ este $M(2,1)$ Ecuația medianei este $y=4x-7$	**2p** **3p**
6.	$\sin\frac{\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=$ $=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL II **30 de puncte**

1.a)	$\begin{cases}x+y=1\\x+z=-1\\y+z=0\end{cases}$ $S=\{(0,1,-1)\}$	**2p** **3p**
b)	$\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\1 & -2 & 1\\-2 & 1 & 0\end{vmatrix}=0$ Rang $A=2$ Sistemul este compatibil, deoarece rang $\overline{A}=2$	**3p** **1p** **1p**

c)	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 2a & 1 \\ 2a & 1 & a+1 \end{vmatrix} = -2(2a-1)(a-1)(a+1)$	3p
	$a \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm 1, \frac{1}{2} \right\}$	2p
2.a)	$x_1 = 2+i \Rightarrow x_2 = 2-i$	1p
	Folosind relațiile lui Viète, obținem $x_3 = 3 - x_1 - x_2 = -1$	2p
	$m = 1,\ n = -5$	2p
b)	Restul este $r = X(m-3) + 1 - n$	3p
	$m = 3$ şi $n = 1$	2p
c)	Presupunând prin absurd că $x_1 \le 0$, rezultă $x_1^3 \le 0,\ -3x_1^2 \le 0,\ mx_1 \le 0,\ -n < 0$	3p
	Adunând cele patru relații se obține $0 = f(x_1) < 0,$ contradicție	2p

SUBIECTUL III **30 de puncte**

1.a)	$m = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$	2p
	$n = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x) - x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^3 - 3x + 2 - x^3}{\sqrt[3]{\left(x^3 - 3x + 2\right)^2} + x\sqrt[3]{x^3 - 3x + 2} + x^2} = 0$	2p
	Asimptota oblică este $y = x$	1p
b)	$x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2 (x+2)$	1p
	$\frac{f(x) - f(-2)}{x+2} = \sqrt[3]{\frac{(x-1)^2}{(x+2)^2}}$	1p
	$\lim\limits_{x\to-2} \frac{f(x) - f(-2)}{x+2} = \infty$	2p
	Deci *f* nu e derivabilă în -2	1p
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln f(x)}{\ln x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(x^3 - 3x^2 + 2\right)}{\ln x^3} =$	2p
	Finalizare: limita este egală cu 1	3p
2.a)	Cu substituția $\sin x = t$ se obține $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{2 - \cos^2 x} dx = \int_0^1 \frac{dt}{1+t^2} =$	3p
	$= \operatorname{arctg} t \Big\|_0^1 = \frac{\pi}{4}$	2p
b)	Dacă funcția *F* este o primitivă a funcției *f*, atunci $F'(x) = \frac{\cos x}{2 - \cos^2 x},\ \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$	2p
	Cum $\cos x \in [-1, 1],\ \forall x \in \mathbb{R}$, rezultă $F'(x) = \frac{\cos x}{2 - \cos^2 x} \ge 0,\ \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$	2p
	F este strict crescătoare pe $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$	1p
c)	$f(y) = f(2\pi - y)$	1p

	Cu substituția $x = 2\pi - y$ se obține $I = \int_0^{2\pi} (2\pi - y) f(y) dy =$	**1p**
	$= 2\pi \int_0^{2\pi} f(y) dy - I$	**1p**
	$\int_0^{2\pi} f(y) dy = 0$	**1p**
	Deci $I = 0$	**1p**