



# CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘIETAPA NAȚIONALĂ  
12 mai 2018FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Real - Științe ale Naturii

Clasa a X –a

**Problema 1.**

- a) Câte funcții injective  $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  există?
- b) Se consideră funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x + \log_2 x + x$ ,
- i) Demonstrați că funcția  $f$  este injectivă;
- ii) Rezolvați inecuația:  $f(x) \leq 22$ .

**Problema 2.**Fie numărul  $a = \sqrt[3]{54 + 30\sqrt{3}} + \sqrt[3]{54 - 30\sqrt{3}}$ .

- a) Verificați relația  $a^3 = 18a + 108$
- b) Arătați că  $a \in \mathbb{Q}$

**Problema 3.**Se consideră  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ , cu  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ .

- a) Arătați că  $A = (z_1 + \overline{z_2})(z_2 + \overline{z_3})(z_3 + \overline{z_1}) \in \mathbb{R}$
- b) Dacă  $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} = 4$ , calculați  $|z_1 + z_2 + z_3|$
- c) Dacă  $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$ , calculați  $|z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$

**Problema 4**Copiii dintr-o școală joacă un joc. Ei sunt aranjați într-un cerc și numerotați cu  $1, 2, \dots, n$ .

Începând cu poziția 2, fiecare al doilea copil este eliminat până rămâne o singură persoană, care câștigă.

Care este locul singurului câștigător?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.