MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA NAȚIONALĂ
12 mai 2018

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Real - Științe ale Naturii

Clasa a IX -a

Problema 1.

a) Demonstrați că $\sqrt{x^2+8x+6\sqrt{x^2+8x-9}} < x+7,\ (\forall)x \geq 1.$

b) Rezolvați ecuația $\left[\dfrac{1}{2018-2017x}\right] = \dfrac{1}{2018-2017[x]}$, (prin $[x]$, înțelegem partea întreagă a lui x).

Problema 2.

Se consideră funcția $f:\mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$. Știind că $f(1)=2018$ și că, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, are loc egalitatea: $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(n)=n^2 f(n)$, să se determine valoarea lui $f(2018)$.

Problema 3.

Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC și un punct P situat în interiorul triunghiului. Fie triunghiurile echilaterale BPQ și BCR astfel încât punctele Q și A se află în semiplane diferite față de dreapta BP, iar punctele R și A se află în semiplane diferite față de dreapta BC. Să se demonstreze că:

a) $[QR] \equiv [PC]$;

b) $AR = \sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2} + 2\sqrt{3}A_{ABC}}$, unde $a=BC, b=AC, c=AB$ și A_{ABC} reprezintă aria triunghiului ABC.

c) Dacă $AP+BP+CP=AR$, atunci $m(\measuredangle APB)=\dfrac{2\pi}{3}$.

Problema 4.

Într-o clasă, profesorul scrie pe tablă un număr natural nenul. Li se explică elevilor că pot șterge numărul scris pe tablă și îl pot înlocui cu un alt număr natural, chiar dacă s-a mai scris, determinat după regulile:

(*) în locul lui n scriem $3n+15$; (**) în locul lui n scriem $\sqrt{n+1}$.

a) Dacă pe tablă este scris numărul 6399, putem obține, după un număr finit de pași, numărul 2?

b) Dacă pe tablă este scris numărul 2, putem obține după un număr finit de pași, numărul 2025?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*