



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil real, specializarea științele naturii

CLASA A X-A

1. Dacă z este soluție a ecuației $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$, arătați că $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
2. Fie $A = (2 + \sqrt{3})^{2016}$.
 - a) Arătați că $(2 + \sqrt{3})^{2016} + (2 - \sqrt{3})^{2016}$ este număr natural.
 - b) Arătați că pentru $\forall n \in \mathbb{N}$, $\exists p, q \in \mathbb{N}$ așa încât $(2 + \sqrt{3})^n = p + q\sqrt{3}$, iar $3q^2 = p^2 - 1$.
 - c) Demonstrați că $[A]$ este număr natural impar (unde $[A]$ reprezintă partea întreagă a lui A).
 - d) Demonstrați că $\frac{([A]-1)([A]+3)}{12}$ este pătrat perfect.
3. Rezolvați ecuația $3 \cdot 2^{\log_x(3x-2)} + 2 \cdot 3^{\log_x(3x-2)} - 5 \cdot 6^{\log_x 2(3x-2)} = 0$.
4. Avem p penare și c creioane. Dacă așezăm câte un creion în fiecare penar, rămân n creioane afară. Dacă așezăm câte n creioane în fiecare penar, rămân n penare goale. Câte creioane și câte penare avem ?

Notă. Timp de lucru: 4 ore. Fiecare problemă este notată cu punctaje de la 0 la 7.