



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013



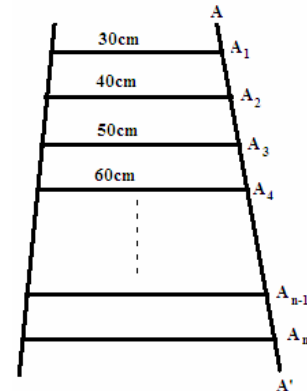
FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil real, specializarea științele naturii

CLASA A IX-A

1. Salariul mediu anual $S(n)$ (exprimat în lei) al unui angajat al unei firme, funcție de numărul n de produse realizate, $n \in \{100, 101, 102, \dots, 2000\}$, se calculează după formula $S(n) = \frac{a \cdot n}{b - n}$, unde a și b sunt numere naturale, cel puțin egale cu 2013, stabilite în raport cu aptitudinile și rezultatele anterioare ale angajatului.
- a) În cazul unui angajat pentru care $a = 36000$ și $b = 5000$, calculați salariul maxim la care poate ajunge angajatul respectiv.
- b) Considerăm doi angajați care pot primi același salariu maxim. Știind că $a_1 = 2a_2$, arătați că $b_1 = 2b_2 - 2000$.

2. Dorim să construim o scară având formă trapezoidală cu dimensiunile treptelor din figura alăturată. Se știe că $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{n-1}A_n = 20$ cm, $AA_1 = A_nA' = 10$ cm și $AA' = 3,4$ m.
- a) Stabiliți câte trepte are scara.
- b) Stabiliți care este numărul minim de scânduri cu lungimea de 3,5 m ce trebuie cumpărate pentru a putea construi scara.
- c) Care este lungimea totală a materialului nefolosit și care este procentul pierderii ?



3. a) Dacă M este punct interior triunghiului ABC , demonstrați că $AM + BM < AC + BC$.
- b) Dacă $0 < x < \alpha$, $0 < y < \beta$ și $\alpha + \beta < \pi$, demonstrați că $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(x + y)} < \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin x + \sin y}$.
4. Se consideră triunghiul ABC și punctele $M \in (AB)$, $N \in (AC)$, $T \in (MN)$ și $D, P \in (BC)$.

Dacă (AD) este bisectoarea unghiului A și $\frac{NC}{MB} = \frac{PC}{PB} = \frac{TN}{TM}$, demonstrați că:

- a) $\overline{AD} = \frac{b}{b+c} \overline{AB} + \frac{c}{b+c} \overline{AC}$, unde a, b, c sunt lungimile laturilor triunghiului, în notațiile obișnuite ($BC = a, AB = c, AC = b$).
- b) AD este paralelă cu TP .

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.