

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 20 aprilie 2012
Profil real, specializarea științele naturii

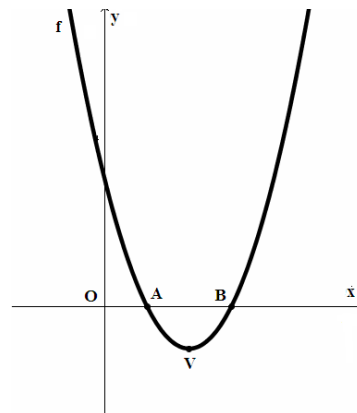
Clasa a IX-a

1. Fie $a, b, c \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $a + b + c = \frac{\pi}{2}$. Demonstrați că

$$\operatorname{tga} \cdot \operatorname{tgb} + \operatorname{tgb} \cdot \operatorname{tgc} + \operatorname{tgc} \cdot \operatorname{tga} = 1.$$

2. În urma unui accident la o fabrică de produse petrochimice, o cantitate de 2 tone de nitrați a fost deversată într-un râu din apropiere. Concentrația de nitrați maxim admisă este de $0,05 \text{ mg} / \ell$, iar cea măsurată în urma accidentului este de $250 \text{ mg} / \ell$. Măsurile luate pentru remedierea situației fac așa încât, în fiecare zi de la contaminare, concentrația de nitrați în zona respectivă să scadă la jumătate față de ziua precedentă.
- a) În câte zile concentrația de nitrați scade sub concentrația maximă admisă?
- b) Știind că 10% din viața activă a zonei moare zilnic din cauza poluării, aflați ce procent din populația inițială mai este în viață în ziua în care concentrația de nitrați reintră în limite normale.

3. O funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{Z}$, are reprezentarea geometrică a graficului ca în figura alăturată.
- a) Demonstrați că, dacă $a \cdot c \geq 4$, atunci $|b| \geq 5$.
- b) Determinați numărul a în cazul în care punctele A și B sunt: $A(1, 0)$, respectiv $B(3, 0)$, iar triunghiul AVB are aria egală cu 1.



4. Numim *placă* un triunghi dreptunghic, împreună cu interiorul său.
- Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$, demonstrați că interiorul oricărui patrulater convex poate fi acoperit complet cu n plăci care nu se suprapun (au interioarele disjuncte).

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.