

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010

Profil real, specializarea științele naturii

CLASA A XI A

1. Unui elev i se scrie pe tablă matricea $A = \begin{pmatrix} -10 & * & -7 \\ * & -2 & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$.

Profesorul îi cere să înlocuiască asteriscurile cu numere întregi astfel încât, după completare, sumele tuturor numerelor de pe fiecare linie, fiecare coloană și de pe cele două diagonale să fie egale. Este posibil acest lucru? În caz afirmativ ce matrice obține elevul?

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + a$, unde $a \in \mathbb{Z}$. Graficul funcției f intersectează axa Ox în trei puncte distincte.

a) Determinați valorile posibile ale lui a .

b) Abscisele celor trei puncte de intersecție ale graficului cu Ox pot fi toate numere întregi?

3. Se consideră funcția $f: \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(A) = \det(A^2 + I_2)$, $\forall A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Demonstrați că funcția f nu este nici injectivă, nici surjectivă.

4. Două drumuri rectilinii și perpendiculare se întâlnesc în O . Din O pleacă simultan două mobile A și B , fiecare pe câte unul dintre drumuri, cu viteze constante $v_1 = 80\text{km/h}$, respectiv $v_2 = 100\text{km/h}$. După două ore, ambele mobile își schimbă sensul de mers, îndreptându-se spre O pe aceleași drumuri (și eventual depășind punctul O), A cu viteza v_2 iar B cu viteza v_1 , și merg astfel timp de încă două ore. În ce moment (ulterior schimbării sensului de mers) distanța dintre cele două mobile este minimă?

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7