CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAŞI

Profil real, specializarea ştiințele naturii

Clasa a IX-a

1. Determinați valorile lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ambele soluții ale ecuației $mx^2 + (m+1)x + m - 1 = 0$ sunt reale şi mai mari decât 1.

2. Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 1}$ cu proprietatea că

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \ldots + nx_n = (n+1)! - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Demonstrați că toți termenii şirului sunt numere naturale.

3. Se consideră triunghiul ABC având laturile cel mult 1 şi aria cel puțin $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

a) Demonstrați că $\sin A \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) Deduceți că triunghiul ABC este echilateral.

c) Dați exemplu de un triunghi neechilateral având laturile cel puțin 1 şi aria cel mult $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

4. Două puncte materiale A şi B se mişcă de-a lungul axei Oy conform legilor de mişcare: $y_1(t) = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 4$, respectiv $y_2(t) = -t^2 + 3t + 4, t \geq 0$, unde timpul t se măsoară în secunde, iar y se măsoară în centimetri.

a) Reprezentați în sistemul de coordonate (yOt) legile de mişcare ale punctelor materiale A şi B.

b) Exprimați în funcție de t distanța AB dintre cele două puncte materiale A şi B şi trasați graficul acestei funcții.

c) Determinați valorile lui a pentru care există trei momente distincte în care distanța AB este egală cu a.

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7