**Examenul național de bacalaureat 2021**
**Proba E. c)**

**Matematică *M_pedagogic***

**Simulare**

***Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare***
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

**SUBIECTUL I** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| **5p** | **1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\ge1}$, știind că $a_1=\frac{1}{2}$ și $a_4=5$. |
| **5p** | **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+a-2$, unde $a$ este număr real. Determinați numărul real $a$ pentru care $f(1)+f(-2)=0$. |
| **5p** | **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1+\log_6(2x+6)=3$. |
| **5p** | **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să poată fi scris sub forma $n^3$, unde $n$ este număr natural. |
| **5p** | **5.** În reperul cartezian $xOy$ se consideră punctele $A(0,2)$, $B(0,6)$, $C(4,2)$ și punctul $D$, mijlocul segmentului $BC$. Determinați ecuația dreptei $AD$. |
| **5p** | **6.** Calculați $2\sin30^\circ\cos60^\circ-\cos120^\circ$. |

**SUBIECTUL al II-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=\frac{(x-1)(y-1)}{2}+1$. |
| **5p** | **1.** Arătați că $2*(-5)=-2$. |
| **5p** | **2.** Verificați dacă $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”. |
| **5p** | **3.** Determinați numărul real $a$ pentru care $a*5=3$. |
| **5p** | **4.** Determinați valorile reale ale lui $x$ pentru care $x*(1-x)\ge-5$. |
| **5p** | **5.** Arătați că există o infinitate de numere naturale $n$ pentru care numărul $N=(\sqrt{n}+1)*(\sqrt{n}+1)$ este natural par. |
| **5p** | **6.** Determinați tripletele $(m,n,p)$ de numere naturale, cu $m<n<p$, pentru care $m*n*p=8$. |

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

| | |
|---|---|
| | Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&3\\-1&1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $B(n)=\underbrace{A\cdot A\cdot\ldots\cdot A}_{\text{de } n \text{ ori A}}$, unde $n$ este număr natural nenul. |
| **5p** | **1.** Arătați că $\det A=4$. |
| **5p** | **2.** Arătați că $\det(A+xI_2)\ge3$, pentru orice număr real $x$. |
| **5p** | **3.** Arătați că există un număr real $a$, astfel încât $B(3)=aI_2$. |
| **5p** | **4.** Determinați numerele reale $m$ pentru care $\det(2mA+I_2)+2m\det(A-I_2)=0$. |
| **5p** | **5.** Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}x&y\\z&t\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot M=M\cdot A$. Arătați că $x+y+3z-t=0$. |
| **5p** | **6.** Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul $n$, matricea $B(6n)$ are toate elementele numere naturale. |